THEOREME DE THALES ET RECIPROQUE

Rappel : ♦Nombres égaux en écriture fractionnaire ;
♦Equations ;
♦Proportionnalité des longueurs pour les côtés de deux triangles (déterminés par deux sécantes et deux parallèles).

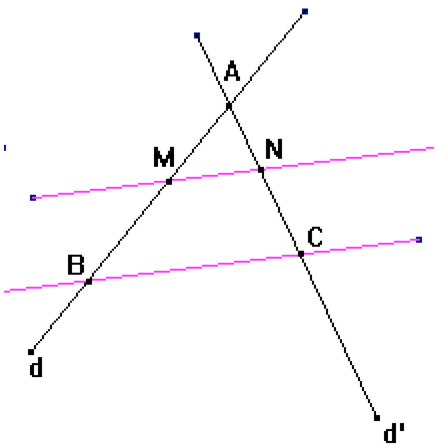
I Théorème de Thalès

1. Enoncé du théorème

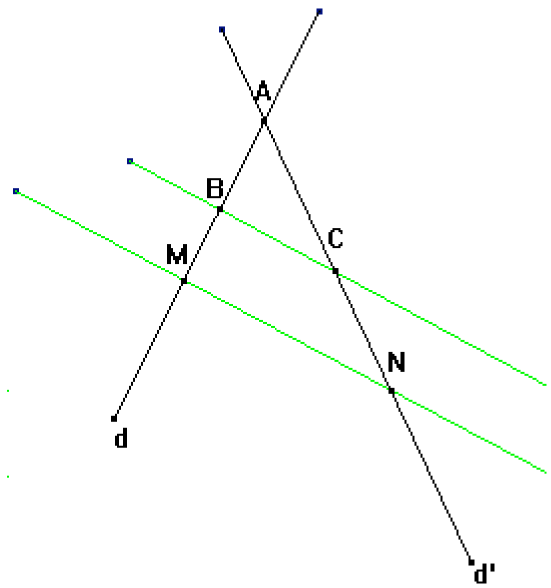
On considère deux droites ***d*** et ***d'*** sécantes en A.
B et M deux points de ***d*** distincts de A
C et N deux points de ***d'*** distincts de A } tels que (MN) est parallèle à (BC)

① Configuration triangle (rappel de $4^{ème}$)

1^er cas : M ∈ [AB] et N ∈ [AC]



2^ème cas : M ∈ [AB) et N ∈ [AC)



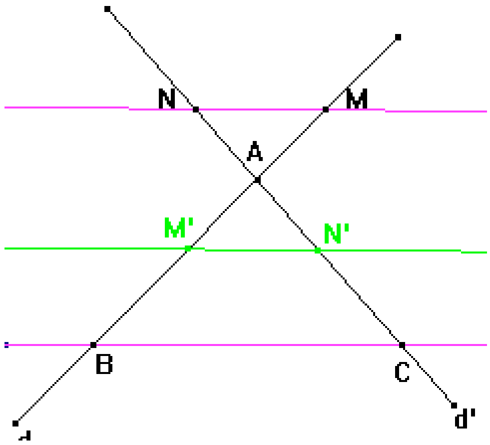
On sait, dans ces deux cas, que les longueurs des côtés du triangle ABC sont proportionnelles aux longueurs des côtés du triangle AMN.
C'est à dire que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Exemple : ♦Construis un triangle ABC tel que AB = 10 cm ; AC = 4 cm et BC = 7 cm.
♦Place un point M sur [AB] tel que AM = $\frac{2}{5}$ AB.
♦La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N.

Calcule MN.

② Configuration papillon

3ème cas : M $\in$ (AB) et M $\notin$ [AB]
N $\in$ (AC) et N $\notin$ [AC]



Démontrons que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Soit M' le symétrique du point M par rapport à A. Alors M' $\in$ [AB)
Soit N' le symétrique du point N par rapport à A. Alors N' $\in$ [AC)
D'après *une propriété de la symétrie centrale* : Une droite et sa symétrique sont parallèles, on a :
(MN) // (M'N')

or *par hypothèse* (MN) // (BC) donc **(M'N') // (BC)**

On a donc : (M'N') // (BC)
M' $\in$ [AB)
N' $\in$ [AC)

D'après *le 1er ou le 2ème cas* :

$$\frac{AM'}{AB} = \frac{AN'}{AC} = \frac{M'N'}{BC}$$

Or *La symétrie centrale conserve les longueurs*, donc AM' = AM , AN' = AN et M'N' = MN.

D'où $$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Enonce du théorème de Thalès : Soient
- ***d*** et ***d'*** deux droites sécantes en A
- B et M deux points de ***d*** distincts de A
- C et N deux points de ***d'*** distincts de A

tels que les droites (MN) et (BC) soient parallèles.

Alors $$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Exercices : 1, 2, 3, 4, 5 p 238
17, 32, 33, 34, 36 p 242, 244

2. Applications du théorème de Thalès

1. *Calculs de longueurs*

Exercices : 40 p 245

2. *Démontrer que deux droites ne sont pas parallèles*

Exercices : 44 ***2.*** p 245

① *Par l'absurde : supposons que (BD) // (EF)*
D'après les théorème de Thalès ....

Donc l'hypothèse est fausse : (BD) n'est pas parallèle à (EF).

Exercices : 39, 41, 42, 43 p 245
57, 61 p 248